

Вивчення розділу «Опір матеріалів» слід починати з повторення розділу «Статика». Для успішного засвоєння розділу необхідно:

- розуміти фізичний зміст основних понять;
- вільно володіти методом перерізів;
- свідомо застосовувати геометричні характеристики міцності та жорсткості поперечних перерізів;
- розв'язати достатню кількість задач.

Принципові схеми вивчення кожного з видів навантажень бруса однакові: від зовнішніх сил за допомогою методу перерізів до внутрішніх силових факторів, від них – до напружень, від розрахункових напружень – до умов міцності брусів.

2.1. Основні положення

Завдання й методи механіки матеріалів. Деформоване тіло. Пружність і пластичність. Попередні поняття про розрахунки на міцність, жорсткість, стійкість. Класифікація навантажень. Основні гіпотези та припущення. Метод перерізів. Основні види навантаження (деформації) бруса. Напруження повне, нормальне, дотичне.

Інформація

Механіка матеріалів і конструкцій – це наука про інженерні методи розрахунків на міцність, жорсткість і стійкість елементів машин та споруд. У механіці матеріалів враховується, що елементи конструкцій під дією зовнішніх сил змінюють свою форму і розміри, тобто деформуються. Деформації, які зникають після припинення дії зовнішніх сил, називають **пружними**. Деформацію, яка не зникає після припинення дії зовнішніх сил, називають **залишковою** або **пластичною**.

Міцність – це здатність елемента конструкції опиратися зовнішнім навантаженням, не руйнуючись. Значні залишкові деформації здебільшого спричиняють порушення нормальної роботи конструкції і тому їх вважають порушенням міцності (як і руйнування). **Жорсткість** – це здатність елемента конструкції опиратися пружним деформаціям. **Стійкість** – це здатність конструкції зберігати початкову форму рівноваги.

Зверніть увагу

Внутрішні сили, які виникають між частинками тіла під дією навантаження, є такими ж і для тіла в цілому. При застосуванні методу перерізів ці сили для частини тіла, що розглядається, є зовнішніми, вони замінюють дію відкинутої частини тіла на залишену. До залишеної частини тіла можна застосувати умови рівноваги для встановлення зв'язку між внутрішніми і зовнішніми силами. Система внутрішніх сил у поперечному перерізі в загальному випадку може бути приведена до шести **внутрішніх силових факторів**: трьох сил (за напрямками осей) N , Q_x , Q_y та трьох моментів M_x , M_y , M_z (рис. 32). Виникнення тих чи інших внутрішніх силових факторів залежить від фактичного навантаження бруса. Визначають внутрішні силові фактори за допомогою рівнянь статки. Для характеристики інтенсивності внутрішніх сил у певній точці перерізу служить **напруження** p – внутрішня сила, віднесена до одиниці площі. Складову напруження, напрямлену по нормалі (перпендикулярно) до площини перерізу називають **нормальним напруженням** σ , а складову, яка лежить у площині перерізу, – **дотичним напруженням** τ .

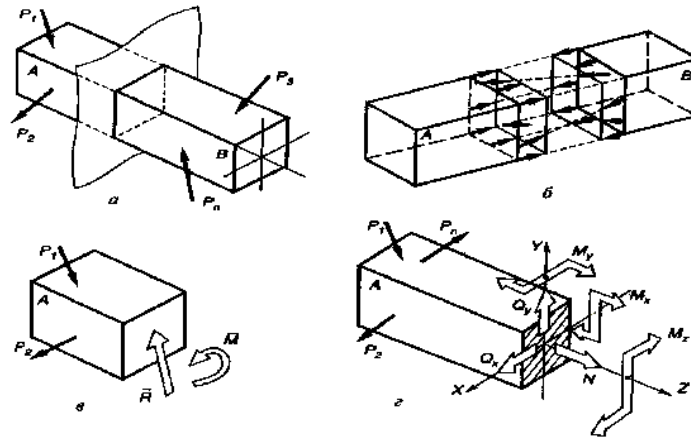


Рис.32

Інформація

Розрізняють кілька видів навантажень (видів деформацій)

1. *Центральний розтяг, стиск* (рис. 33а,б): у перерізі виникає лише один внутрішній силовий фактор – поздовжня сила N .
2. *Зсув або зріз* (рис. 33 в): у перерізі виникає лише поперечна сила Q .
3. *Кручення* (рис. 33 г): у перерізі виникає лише крутний момент M_z .
4. *Згин* (рис. 33д): у перерізі виникає лише згинаючий момент M_x чи M_y (чистий згин) або одночасно виникають згинаючий момент M_x (M_y) і поперечна сила Q_y (Q_x) (прямий поперечний згин).
5. *Складний вид навантаження* (позацентровий розтяг чи стиск, косий згин, згин із крученням): у перерізі виникає одночасно кілька внутрішніх силових факторів.

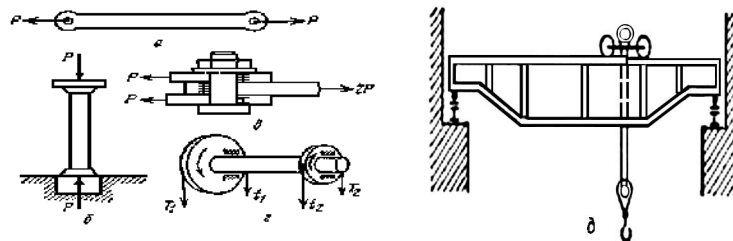


Рис. 33

Питання для самоконтролю

1. Які деформації (пружні чи пластичні) недопустимі при нормальній роботі конструкції?
2. Які елементи конструкцій називають “брусом”, “оболонкою”, “пластиною”, “масивним тілом”?
Вказати, в якому з випадків порушення нормальної роботи відбулося через недостатню міцність, а в якому – через недостатню жорсткість деталі: а) нормальна робота зубчастого зачеплення коліс
б) порушена через великий пружний прогин валів; в) при підніманні вантажу обірвався трос.
3. Чи можна за допомогою методу перерізів визначити закон розподілу внутрішніх сил по перерізу?
4. Визначити вид деформованого стану бруса, якщо в його поперечних перерізах виникає згинаючий момент M_x та поздовжня сила N .
5. З якими внутрішніми силовими факторами пов'язано виникнення в поперечному перерізі бруса нормальних напружень?

2.2. Розтяг і стиск

Поздовжні сили та їх епюри. Нормальні напруження в поперечних перерізах та їх епюри. Поздовжні та поперечні деформації при розтягу (стиску). Закон Гука. Модуль поздовжньої пружності, коефіцієнт поперечної деформації (коефіцієнт Пуассона). Жорсткість перерізів і жорсткість бруса при розтягу та стиску. Визначення осьових переміщень поперечних перерізів бруса. Експериментальне дослідження розтягу й стиску матеріалів. Діаграма розтягу маловуглецевої сталі та її характерні параметри. Коефіцієнт запасу міцності при статичному навантаженні по границі міцності текучості. Допустимі напруження. Розрахунки на міцність: перевірка міцності, визначення допустимого навантаження, визначення необхідних розмірів поперечного перерізу.

📖 Інформація

При розтягу (стиску) прямого бруса в його поперечних перерізах виникає тільки один внутрішній силовий фактор – поздовжня сила N (рис. 34 а), яка є рівнодіючою внутрішніх нормальних сил, що виникають у цьому перерізі.

👉 Зверніть увагу

При розтягу чи стиску нормальні напруження визначаються як відношення поздовжньої сили N до площі поперечного перерізу A і розподіляються по поперечному перерізу рівномірно (рис. 34 б):

$$\sigma = \frac{N}{A}.$$

Геометричною характеристикою міцності та жорсткості перерізу є його площа. Форма перерізу значення не має, усі точки перерізу рівнонебезпечні.

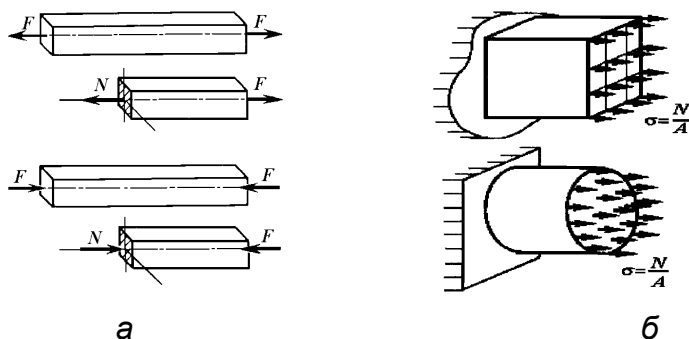


Рис. 34

🔑 Запам'ятайте

Міцність стержня при осьовому розтягу і стиску забезпечена, якщо для кожного його поперечного перерізу найбільше розрахункове (робоче) напруження σ не перевищує допустимого $[\sigma]$:

$$\sigma = \frac{N}{A} \leq [\sigma].$$

Допустимі напруження – це максимальні значення напружень, при яких забезпечується надійна робота конструкції:

$$[\sigma] = \frac{\sigma_{\text{гран}}}{[n]},$$

де $\sigma_{гран}$ – граничні напруження (напруження, при яких відбувається порушення роботи або руйнування деталей конструкції), для конструкцій з пластичних матеріалів граничним напруженням є межа текучості σ_T , а для крихких матеріалів – це межа міцності σ_M ;

$[n]$ – допустимий (мінімально необхідний) коефіцієнт запасу міцності. Для конструкцій з пластичних матеріалів допустимі напруження на розтяг і стиск однакові, тому для них σ – найбільше за абсолютною величиною напруження. Крихкі матеріали значно гірше працюють на розтяг, ніж на стиск:

$$[\sigma_c] \approx 3-5[\sigma_p],$$

де $[\sigma_c]$ – допустиме напруження стиску;

$[\sigma_p]$ – допустиме напруження розтягу.

Умова міцності для крихкого матеріалу:

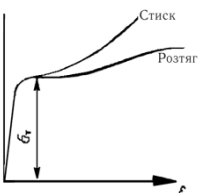
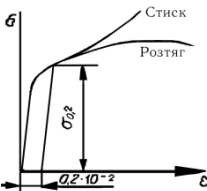
$$\sigma_c \leq [\sigma_c], \quad \sigma_p \leq [\sigma_p],$$

де σ_c , σ_p – найбільші розрахункові напруження стиску і розтягу відповідно (табл. 6). Залежно від мети розрахунку можна виконати три види розрахунків на міцність: перевірка міцності (перевірний розрахунок) – при заданій поздовжній силі N і площі поперечного перерізу A визначають робоче (розрахункове) напруження і порівнюють його з допустимим $\sigma = \frac{N}{A} \leq [\sigma]$; підбір поперечного перерізу (проектний

розрахунок) – при відомих поздовжній силі N і допустимому напруженні $[\sigma]$ визначають необхідні розміри перерізу $A \geq \frac{N}{[\sigma]}$; визначення допустимого

навантаження $[N] \leq [\sigma]A$.

Таблиця 6

Матеріал	Характер діаграми Розтягу (стиску)	Граничне напруження	Коефіцієнт запасу міцності допустиме напруження	Умова міцності
Пластичний		$\sigma_{гр} = \sigma_T$ ($\sigma_{тр} = \sigma_{тс}$)	$n = \frac{\sigma_T}{\sigma}$ $[\sigma_p] = [\sigma_c] = [\sigma]$ $[\sigma] = \frac{\sigma_T}{[n]}$	$\sigma \leq [\sigma]$
Пластичний		$\sigma_{гр} = \sigma_{0,2}$ ($\sigma_{0,2p} = \sigma_{0,2c}$)	$n = \frac{\sigma_{0,2}}{\sigma}$ $[\sigma_p] = [\sigma_c] = [\sigma]$ $[\sigma] = \frac{\sigma_{0,2}}{[n]}$	$\sigma \leq [\sigma]$

Крихкий		$\sigma_{пчр}$ $\sigma_{пчс}$ $(\sigma_{пчс} > \sigma_{пчр})$	$n = \frac{\sigma_{пчр}}{\sigma}$ $n = \frac{\sigma_{пчс}}{\sigma}$ $[\sigma_p] = \frac{\sigma_{пчр}}{[n]}$ $[\sigma_c] = \frac{\sigma_{пчс}}{[n]}$	$\sigma_p \leq [\sigma_p]$ $\sigma_c \leq [\sigma_c]$
---------	--	---	---	--

❖ Питання для самоконтролю

1. Чим відрізняються внутрішні силові фактори, які виникають при розтягу та стиску?
2. Як обчислити значення поздовжньої сили в поперечному перерізі стержня?
3. Як розподіляється напруження по поперечному перерізу стержня при розтягу чи стиску?
4. Чи залежить напруження, яке виникає при розтягу (стиску), від матеріалу бруса; від форми поперечного перерізу?
5. Як зміниться видовження стержня, якщо при інших рівних умовах: збільшити довжину бруса в два рази; збільшити діаметр бруса в два рази?
6. Чим відрізняється розрахунок на міцність конструкцій з пластичних і крихких матеріалів?
7. На рисунку 35а...д показано виготовлені з однакового матеріалу бруси різної форми, але з однаковою площею поперечного перерізу. Який брус виявиться міцнішим при розтягу (стиску)?

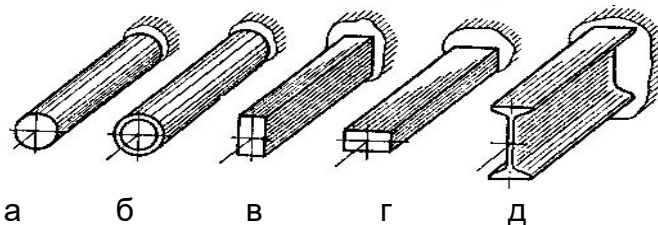


Рис. 35

8. Як зміниться маса конструкції, якщо при визначенні розмірів її перерізів зменшити нормативний коефіцієнт запасу міцності?

2.3. Практичні розрахунки на зріз і зминання

Чистий зсув. Закон Гука для зсуву. Модуль зсуву. Залежність між трьома пружними сталими для ізотропного тіла (без виведення). Зріз. Основні припущення та розрахункові формули. Зминання, умовності розрахунку, розрахункові формули.

📖 Інформація

Чистим зсувом називають такий плоский напружений стан, при якому в межах даної точки можна виділити елемент таким чином, щоб на чотирьох його гранях виникали тільки рівні між собою дотичні напруження.

Деталі, які служать для з'єднання окремих елементів машин чи будівельних конструкцій (штифти (рис. 36 а), заклепки (рис. 36 б), болти (рис. 36 в), шпонки (рис. 36 г) тощо), у багатьох випадках сприймають навантаження, перпендикулярні до їх поздовжньої осі. Руйнування з'єднуючих деталей (у випадку недостатньої міцності) відбувається в результаті їх перерізання по площині, яка

співпадає з поверхнею дотикання з'єднаних деталей (рис. 36 д). Умова міцності на зріз:

$$\tau_{зр} = \frac{Q}{A_{зр}} = [\tau_{зр}],$$

де $\tau_{зр}$ – розрахункове напруження зрізу;

Q – поперечна сила; при кількох однакових з'єднуючих деталях

$$\sum_{i=1}^n F_{iy} = 0$$

де F – загальне навантаження з'єднання,

i – кількість з'єднуючих деталей – болтів, заклепок тощо);

$A_{зр}$ – площа зрізу однієї деталі (болта, заклепки тощо);

$[\tau_{зр}]$ – допустиме напруження зрізу, яке залежить від матеріалу з'єднуючих елементів і умов роботи конструкції.

У машинобудуванні при розрахунках штифтів, болтів, шпонок тощо приймають

$$[\tau_{зр}] = (0,25-0,35) \sigma_T = (0,6-0,8)[\sigma_p],$$

де σ_T і $[\sigma_p]$ – границя текучості та допустиме напруження розтягу відповідно до матеріалу штифта, болта тощо. Розрахунок на зріз забезпечує міцність з'єднуючих деталей, але не гарантує надійності конструкції (вузла) в цілому. Для запобігання значним деформаціям стінок отворів у з'єднаних деталях (рис. 36 д) виконують розрахунок на зминання:

$$\sigma_{зм} = \frac{F}{iA_{зм}} \leq [\sigma_{зм}].$$

де $\frac{F}{i}$ – навантаження на одну з'єднуючу деталь;

$A_{зм}$ – розрахункова площа зминання;

$[\sigma_{зм}]$ – допустиме напруження зминання, $[\sigma_{зм}] = 1,7-2,2[\sigma_p]$.

У машинобудуванні для болтових, штифтових і шпонкових з'єднань приймають: для деталей з маловуглецевої сталі $[\sigma_{зм}] = 100-120$ МПа, для деталей з середньовуглецевої сталі $[\sigma_{зм}] = 140-170$ МПа, для деталей з чавунного лиття $[\sigma_{зм}] = 60-80$ МПа.

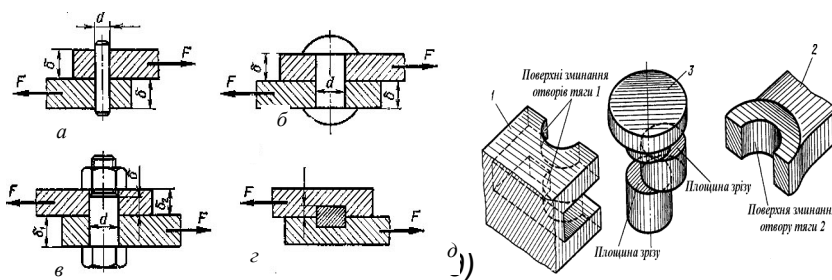


Рис. 36

♦ Питання для самоконтролю

1. Виявилось, що в деталях з однакового матеріалу (сталь Ст3) напруження зрізу $\tau_{зр}$ і напруження зминання $\sigma_{зм}$ чисельно рівні. Які з цих напружень більш небезпечні?

2. Яку механічну характеристику матеріалу листа необхідно знати, щоб визначити силу, потрібну для продавлювання отворів?

3. Діаметр заклепки збільшився вдвоє. Як зміниться розрахункове напруження зрізу; розрахункове напруження зминання?

4. Як визначається площа зминання якщо поверхня циліндрична?

2.4. Геометричні характеристики плоских перерізів

Осьові, відцентровий та полярний моменти інерції перерізу. Зв'язок між осьовими та полярним моментами інерції перерізів

Моменти інерції перерізів відносно паралельних осей. Головні осі та головні центральні моменти інерції. Моменти інерції простих перерізів: прямокутника, круга, кільця

Інформація

Площа поперечного перерізу бруса є геометричною характеристикою його міцності і жорсткості лише при рівномірному розподілі напружень по поперечному перерізу (при розрахунках на розтяг, стиск, зріз). При нерівномірному розподілі напружень (при крученні чи згині) міцність і жорсткість бруса залежить не тільки від площі поперечного перерізу, а й від його форми та інших геометричних параметрів. У цьому випадку використовують такі геометричні характеристики поперечних перерізів, як осьові і полярні моменти інерції, осьові і полярні моменти опору. **Осьовим моментом інерції** плоского перерізу відносно даної осі називається взята по всій площі перерізу сума добутків площ елементарних площадок на квадрати їх відстаней від цієї осі:

$$J_x = \int_A y^2 dA, \quad J_y = \int_A x^2 dA.$$

Полярний момент інерції плоского перерізу дорівнює взятій по всій площі перерізу сумі добутків площ елементарних площадок на квадрати їх відстаней до початку координат:

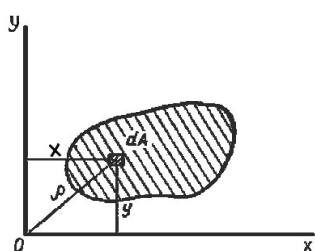
$$J_p = \int_A \rho^2 dA.$$

Сума осьових моментів інерції перерізу відносно двох взаємно перпендикулярних осей дорівнює полярному моменту інерції відносно початку координат:

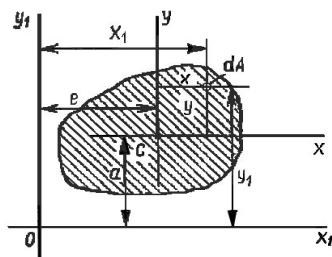
$$J_p = J_x + J_y \text{ (рис. 37 а).}$$

Моменти інерції відносно паралельних осей (рис. 37 б), одні з яких – центральні (осі x Су), визначаються за виразом:

$$J_{x_1} = J_x + a^2 A; \quad J_{y_1} = J_y + e^2 A.$$



а



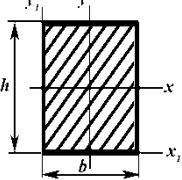
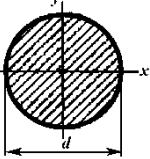
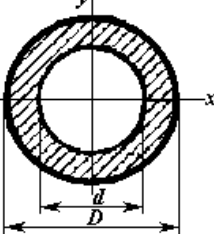
б

Рис. 37

👉 Зверніть увагу

Моменти інерції складних перерізів можна обчислити як суму моментів інерції простих перерізів, на які розбивають складний переріз. Моменти інерції і опору найбільш розповсюджених простих перерізів наведено в табл. 7.

Таблиця 7

Геометричні характеристики простих перерізів		
Форма перерізу	Момент інерції	Момент опору
	$J_x = \frac{bh^3}{12}; \sum_{i=1}^n F_{iz} = 0$ $J_{x1} = \frac{bh^3}{3}; J_{y1} = \frac{b^3h}{3}$	$W_x = \frac{bh^2}{6}; W_y = \frac{b^2h}{6}$
	$J_x = J_y = \frac{\pi d^4}{64} \approx 0,05d^4$ $J_p = \frac{\pi d^4}{32} \approx 0,1d^4$	$W_x = W_y = \frac{\pi d^3}{32} \approx 0,1d^3$ $W_p = \frac{\pi d^3}{16} \approx 0,2d^3$
	$J_x = J_y = \frac{\pi D^4}{64}(1 - c^4)$ $J_x = J_y \approx 0,05D^4(1 - c^4)$ $J_p = \frac{\pi D^4}{32}(1 - c^4)$ $J_p \approx 0,1D^4(1 - c^4)$	$W_x = W_y = \frac{\pi D^3}{32}(1 - c^4)$ $W_x = W_y \approx 0,1D^3(1 - c^4)$ $W_p = \frac{\pi D^3}{16}(1 - c^4)$ $W_p \approx 0,2D^3(1 - c^4)$

📌 Питання для самоконтролю

1. Яку розмірність мають моменти інерції перерізів?
2. Чи може бути осьовий момент інерції від'ємною величиною?
3. Чому дорівнює сума осьових моментів інерції перерізу відносно двох взаємно перпендикулярних осей?
4. У скільки разів збільшиться полярний момент інерції круга, якщо його діаметр збільшити в два рази?
5. Відносно якої з осей осьовий момент інерції більший: відносно центральної чи відносно паралельної їй нецентральної осі?
6. Чому при визначенні моментів інерції складний переріз розбивають на прості частини?
7. Який з двох осьових моментів інерції прямокутника більший: відносно осі, яка співпадає з однією зі сторін прямокутника, чи відносно центральної осі, паралельної цій стороні?

2.5. Кручення

Крутний момент. Побудова епюр крутних моментів. Кручення прямого бруса круглого поперечного перерізу. Напруження в поперечному перерізі бруса. Кут закручування. Полярні моменти опору для круга і кільця. Розрахунки на міцність та жорсткість при крученні. Розрахунок циліндричних гвинтових пружин розтягу і стиску з малим кроком витка.

📖 Інформація

Крученням називається такий вид деформації, при якому в поперечному перерізі бруса виникає тільки крутний момент M_z (рис. 38 а). При крученні напруження розподіляються по поперечному перерізу нерівномірно (в лінійній залежності вздовж радіуса перерізу). *Найбільшого значення дотичні напруження*

досягають у точках контуру поперечного перерізу (рис. 38 б). Тому при крученні небезпеч-

ними є всі точки контуру перерізу. Геометричними характеристиками міцності та жорсткості перерізу є відповідно полярний момент опору W_p та полярний момент інерції J_p , значення яких залежать не так від площі, як від форми перерізу. Рациональними перерізами при крученні є кільцеві перерізи, які в порівнянні з суцільними круговими перерізами менші за площею, а відповідно і за масою, при рівнозначних моментах опорів та моментах інерції.

→ Запам'ятайте

У поперечних перерізах при крученні виникають тільки дотичні напруження. Дотичне напруження в довільній точці поперечного перерізу напрямлене перпендикулярно радіуса ρ , проведеному з центра перерізу в дану точку, і обчислюється за формулою:

$$\tau = \frac{M_z}{J_p} \rho \quad (\text{рис. 38 б}).$$

Максимальні напруження при крученні:

$$\tau_{\max} = \frac{M_z}{W_p} \quad (\text{рис. 38 б}).$$

Умова міцності має вигляд:

$$\tau_{\max} = \frac{M_{z\max}}{W_p} \leq [\tau].$$

Допустиме напруження при крученні $[\tau]$: для крихких матеріалів – $[\tau] = (1,0-1,2)[\sigma_p]$; для пластичних матеріалів – $[\tau] = (0,5-0,6)[\sigma_p]$. Кут закручування бруса (ділянки бруса), який має постійний поперечний переріз, при умові, що крутний момент у всіх перерізах однаковий, визначається за формулою:

$$\varphi = \frac{M_{z\lambda}}{GJ_p}, \text{ рад.}$$

Умова жорсткості:

$$\varphi_0 = \frac{180^\circ}{\pi} \cdot \frac{M_z}{GJ_p} \leq [\varphi_0], \text{ град/м} \quad \text{або} \quad \varphi_0 = \frac{M_z}{GJ_p} \leq [\varphi_0], \text{ рад/м.}$$

Найбільш розповсюджені значення допустимих кутів закручування $[\varphi_0] = (4,38-17,5) \cdot 10^{-3}$, рад/м, або $[\varphi_0] = (0,25-1)$, град/м.

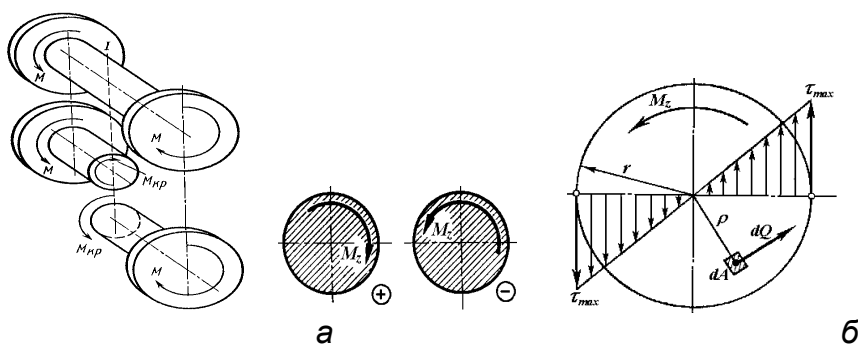


Рис. 38

Інформація

Гвинтові пружини широко застосовують у різних галузях машинобудування та приладобудування як амортизуючі пристрої, для повернення рухомих деталей в початкове положення, силовимірювання, як елементи реєструючих і записуючих приладів. У поперечних перерізах витка пружини розтягу (стиску) виникає поперечна сила Q_y та крутний момент M_z (рис. 39 а). Найбільша величина дотичних напружень у перерізі дорівнює сумі найбільших дотичних напружень кручення $\tau_{k \max}$ та напружень зрізу $\tau_{зр}$:

$$\tau_{\max} = \tau_{k \max} + \tau_{зр} \text{ (рис. 39 б).}$$

Умова міцності пружини, виготовленої з прутка круглого перерізу, обчислюється за формулою:

$$\tau_{\max} = \kappa \frac{8FD}{\pi d^3} \leq [\tau],$$

де κ – поправочний коефіцієнт, який залежить від індексу пружини і кута підйому її витків;

D – середній діаметр пружини;

d – діаметр прутка пружини.

Індекс пружини c_n – відношення її середнього діаметра D до діаметра прутка d ; зазвичай $c_n = 5-12$. Пружини виготовляють з високоякісної сталі, тому допустимі напруження мають високі значення: $[\tau] = 200-1000$ МПа. Зміна висоти пружини під навантаженням (осадка пружини) обчислюється за формулою:

$$\lambda = \frac{8FD^3 n}{Gd^4},$$

де n – число витків.

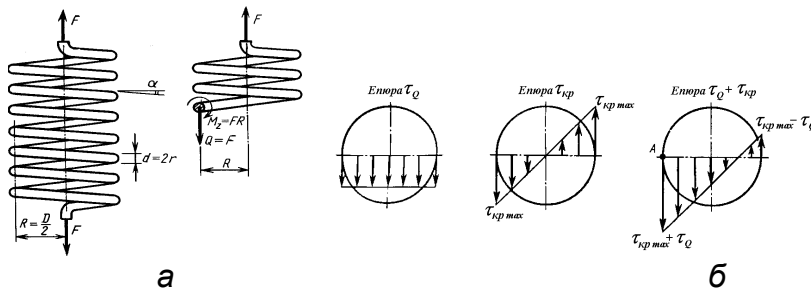


Рис. 39

Питання для самоконтролю

1. Як розподіляються напруження по поперечному перерізу при крученні?
2. Яка геометрична характеристика перерізу при крученні характеризує його міцність; жорсткість?
3. Чи залежить напруження, яке виникає при крученні від матеріалу бруса та від форми поперечного перерізу?
4. Чи залежить кут закручування перерізу від матеріалу бруса та від форми поперечного перерізу?
5. Як зміниться кут закручування бруса, якщо при інших рівних умовах збільшити довжину бруса в два рази; збільшити діаметр бруса в два рази?
6. Які точки поперечного перерізу є найбільш небезпечними при крученні бруса круглого поперечного перерізу?
7. Чим пояснюється, що брус кільцевого перерізу при крученні більш економічний, ніж брус круглого перерізу?
8. Як обчислюється напруження в циліндричній гвинтовій пружині?

9. Як визначаються деформації циліндричної гвинтової пружини?

2.6. Згин прямого бруса

Основні поняття та визначення. Класифікація видів згину. Внутрішні силові фактори при прямому згині. Побудова епюр поперечних сил та згинаючих моментів. Нормальні напруження в поперечних перерізах при згині. Осьові моменти опору. Розрахунки на міцність при згині. Раціональні форми поперечних перерізів балок при згині. Поняття про дотичні напруження при прямому поперечному згині. Лінійні та кутові переміщення при прямому згині. Розрахунки на жорсткість при згині.

Інформація

Згин – це такий вид деформації бруса, при якому в його поперечних перерізах виникають згинаючі моменти. Якщо в поперечних перерізах бруса виникають тільки згинаючі моменти – це випадок *чистого згину*, якщо ж виникають згинаючі моменти і поперечні сили – це так званий *поперечний згин*. *Поперечна сила* Q_y в довільному поперечному перерізі бруса чисельно дорівнює алгебраїчній сумі зовнішніх сил, прикладених до його відрізаної частини. *Згинаючий момент* M_x у довільному поперечному перерізі бруса чисельно дорівнює алгебраїчній сумі моментів зовнішніх сил, прикладених до відрізаної частини, відносно тієї точки поздовжньої осі бруса, через яку проходить розглядуваний переріз.

Запам'ятайте

При прямому поперечному згині в поперечних перерізах бруса виникають нормальні σ і дотичні τ напруження:

$$\sigma = \frac{M_x y}{J_x}; \quad \tau = \frac{Q S_x}{J_x b}.$$

Зі збільшенням координати y рис. 40 нормальні напруження збільшуються і в найбільш віддалених від нейтральної осі точках досягають найбільшого значення:

$$\sigma_{\max} = \frac{M_x y_{\max}}{J_x}.$$

Для розрахунків $\sigma_{\max}$ використовується спеціальна геометрична характеристика – осьовий момент опору перерізу при згині:

$$W_x = \frac{J_x}{y_{\max}}.$$

При цьому $\sigma_{\max} = \frac{M_x}{W_x}.$

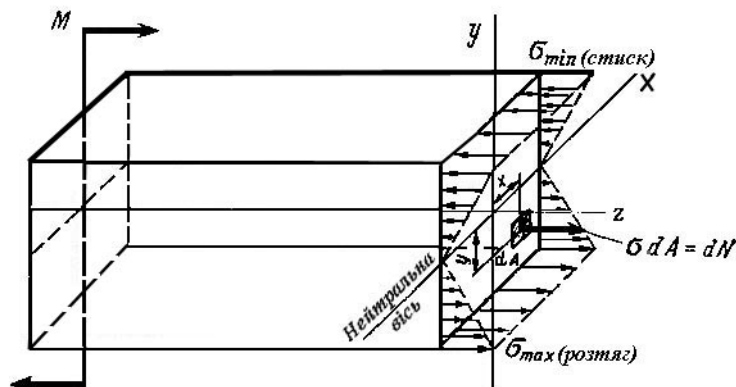


Рис. 40

Для балок з пластичних матеріалів, які однаково працюють на розтяг і стиск, доцільно застосовувати перерізи, симетричні відносно нейтральної лінії (рис. 41).

З цих перерізів найбільш раціональними є двотавровий, коробчастий, кільцевий. Умова міцності балок на згин з симетричними перерізами відносно нейтральної осі:

$$\sigma_{max} = \frac{M_{xmax}}{W_x} \leq [\sigma]$$

Для балок із крихких матеріалів, які неоднаково опираються розтягу і стиску, раціональними є перерізи, несиметричні відносно нейтральної лінії: тавр, несиметричний двотавр, П-подібний переріз, причому більша частина матеріалу повинна розміщуватись у розтягнутій зоні балки (рис. 42). Якщо брус виготовлений з крихкого матеріалу, то в небезпечних перерізах найбільші нормальні напруження визначають і в розтягнутих $\sigma_{max p}$, і в стиснених $\sigma_{max c}$ зонах поперечного перерізу і шляхом порівняння їх з відповідними допустимими напруженнями при розтягу і стиску

$$\sigma_{max p} = \frac{M_{xmax} y}{J_x} \leq [\sigma_p], \quad \sigma_{max c} = \frac{M_{xmax} y}{J_x} \leq [\sigma_c]$$

вирішується питання про міцність бруса.

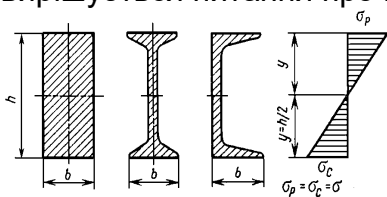


Рис. 41

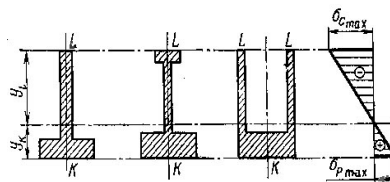


Рис. 42

♦ Питання для самоконтролю

1. Якими лініями окреслюється еюра поперечних сил та згинаючих моментів на ділянці дії рівномірно розподіленого навантаження?
2. Як змінюється згинаючий момент у перерізі, якщо до балки прикладено зосереджений зовнішній момент?
3. Який вигляд має еюра згинаючих моментів на ділянці балки, у всіх перерізах якої поперечна сила дорівнює нулю?
4. Як розподіляються нормальні напруження по поперечному перерізу балки при згині?
5. Яка геометрична перерізу характеризує його міцність при згині?
6. Чи залежать нормальні напруження при згині від матеріалу балки; від форми поперечного перерізу?
7. Які точки поперечного перерізу балки є найнебезпечнішими при згині?
8. Як зміниться міцність балки, якщо при інших рівних умовах: збільшити діаметр балки в два рази; збільшити в два рази довжину консольної балки, навантаженої силою на кінці консолі?
9. На рис. 35 показано виготовлені з однакового матеріалу балки різної форми, але з однаковою площею поперечного перерізу. Яка балка виявиться міцнішою при згині в вертикальній площині?
10. Які форми поперечних перерізів є раціональними для балок з пластичних матеріалів?
11. Які поперечні перерізи є раціональними для балок з крихких матеріалів? Як необхідно розміщувати ці перерізи?

2.7. Теорії міцності

Складне навантаження бруса. Еквівалентні напружені стани та еквівалентні напруження. Теорії міцності. Розрахунок бруса круглого поперечного перерізу на згин з крученням.

Інформація

Напружений стан у точці визначений, якщо відомі напруження на довільних трьох взаємно перпендикулярних площадках, які проходять через цю точку. Площинки, на яких дотичні напруження дорівнюють нулю, називають головними, а нормальні напруження, що виникають на них, – **головними напруженнями**. Напружені стани при поєднанні основних деформацій і при одноосному розтягу *рівнонебезпечні* або *еквівалентні*, якщо їх головні напруження відрізняються від граничного для даного матеріалу в однакову кількість разів, тобто *коефіцієнти запасу міцності для еквівалентних напружених станів однакові*. Теорії, які вказують ознаки рівнонебезпечності (критерії еквівалентності) різних напружених станів, називають теоріями міцності (рис. 43). Еквівалентні напруження обчислюють за відомими головними напруженнями заданого напруженого стану:

- гіпотезою найбільших дотичних напружень – $\sigma_{еквIII} = \sigma_1 - \sigma_3$;
- гіпотезою Мора – $\sigma_{еквIV} = \sigma_1 - \sigma_3 \frac{[\sigma_p]}{[\sigma_c]}$;
- гіпотезою потенціальної енергії формозміни –

$$\sigma_{еквV} = \sqrt{\frac{1}{2}[(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_1 - \sigma_3)^2]}.$$

Для пластичних матеріалів розрахунок виконують за гіпотезою найбільших дотичних напружень або потенціальної енергії формозміни. Для крихких і крихкопластичних матеріалів застосовують гіпотезу Мора.

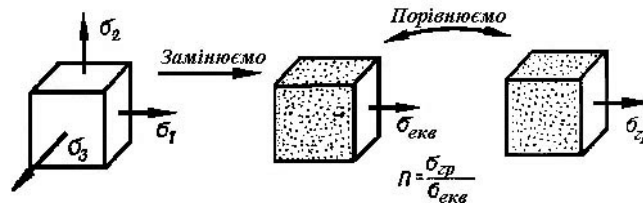


Рис. 43

Запам'ятайте

Умова міцності при поєднанні основних деформацій: $\sigma_{екв} \leq [\sigma]$. У випадку спрощеного напруженого стану еквівалентні напруження визначають за формулами:

$$\sigma_{еквIII} = \sqrt{\sigma^2 + 4\tau^2}, \quad \sigma_{еквV} = \sqrt{\sigma^2 + 3\tau^2}.$$

При розрахунку бруса круглого поперечного перерізу на згин з крученням умова міцності може бути записана у вигляді:

$$\sigma_{екв} = \frac{M_{екв}}{W_x} \leq [\sigma],$$

де $M_{екв}$ – еквівалентний момент.

За гіпотезою найбільших дотичних напружень $M_{еквIII} = \sqrt{M_x^2 + M_y^2 + M_z^2}$, за гіпотезою потенціальної енергії формозміни $M_{еквV} = \sqrt{M_x^2 + M_y^2 + 0.75M_z^2}$.

Питання для самоконтролю

1. Дати визначення еквівалентного напруження.
2. Навести приклади деталей, які працюють на згин з крученням.
3. Чому у випадку одночасної дії згину та кручення оцінку міцності проводять, застосовуючи гіпотези міцності?
4. Як визначається еквівалентний момент за гіпотезою потенціальної енергії формозміни при одночасній дії згину і кручення?

5. Які напруження виникають у поперечному перерізі бруса при згині з крученням?
6. Як знаходять небезпечні перерізи бруса круглого перерізу при згині з крученням?
7. Як зміниться міцність вала, який витримує кручення і згин, якщо його діаметр збільшити в два рази?

2.8. Стійкість стиснених стержнів

Критична сила. Формула Ейлера для різних випадків закріплення опор. Критичне напруження. Гнучкість. Границя застосованості формули Ейлера; гранична гнучкість. Емпіричні формули для визначення критичних напружень. Залежність критичних напружень від гнучкості стержня. Розрахунки на стійкість за формулою Ейлера. Раціональні форми поперечних перерізів стиснених стержнів.

Інформація

Прямолінійна форма рівноваги центрально-стисненого стержня стійка до того часу, поки стискаюча сила F не досягне критичного значення $F_{кр}$. При перевищенні силою цього значення прямолінійна форма рівноваги стержня стає нестійкою, стержень вигинається, деформація стиску переходить у деформацію поздовжнього згину (рис. 44 а). При цьому втрата стійкості може відбуватись при напруженнях, значно менших від тих, які допустимі з точки зору міцності конструкції (рис. 44 б).

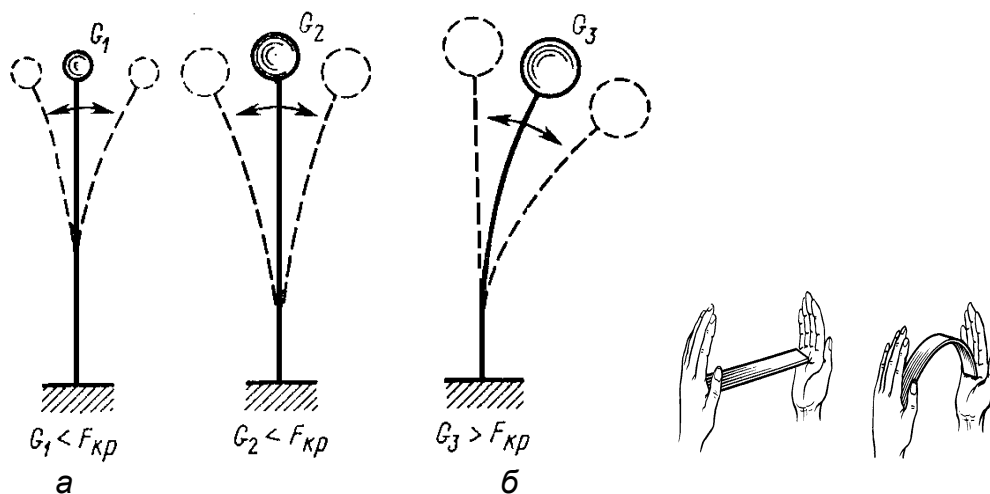


Рис. 44

Запам'ятайте

Умова стійкості $n_{cr} = \frac{F_{кр}}{F} \geq [n_{cr}]$. Критична сила в межах застосування закону Гука визначається за формулою Ейлера

$$F_{кр} = \frac{\pi^2 EJ_{min}}{(\mu l)^2},$$

відповідне критичне напруження $\sigma_{кр} = \frac{\pi^2 E}{\lambda^2},$

де E – модуль поздовжньої пружності матеріалу стержня,
 l – довжина стержня,
 J_{min} – найменший осьовий момент інерції перерізу,

μ – коефіцієнт приведення довжини (рис. 45 а),
 λ – гнучкість стержня. У випадку незастосовності формули Ейлера ($\lambda < \lambda_{\text{гр}}$, де $\lambda_{\text{гр}}$ – гранична гнучкість стержня $\lambda_{\text{гр}} = \pi \sqrt{\frac{E}{\sigma_{\text{пл}}}}$) критичне напруження може бути обчислене за емпіричною формулою Ясинського $\sigma_{\text{кр}} = a - b\lambda$ (a і b – емпіричні коефіцієнти, МПа), критична сила – $F_{\text{кр}} = \frac{\sigma_{\text{кр}}}{A}$ (рис. 45 б).

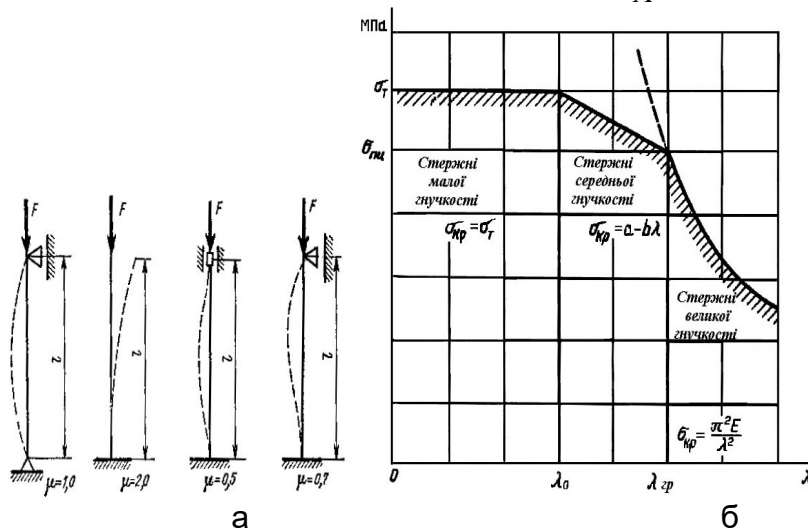


Рис. 45

❖ Питання для самоконтролю

1. Чи залежить величина критичної сили від пружних властивостей матеріалу стержня?
2. Чи впливає форма поперечного перерізу стисненого стержня на величину критичної сили?
3. Як впливає спосіб закріплення кінців стержня на величину критичної сили?
4. Як зміниться величина критичної сили, якщо довжину стержня збільшити в два рази?
5. Як зміниться величина критичної сили, якщо шарнірні опори кінців стержня замінити опорами з жорстким закріпленням?
6. Два шарнірно закріплені на кінцях стержні стиснені силами F . Поперечний переріз одного з них круглий, а іншого – квадратний. Для якого з стержнів критична сила буде більшою, якщо модуль пружності, довжина і площа поперечного перерізу обох стержнів однакові?
7. Що таке гнучкість стержня; гранична гнучкість?
8. Чи залежить гранична гнучкість від геометричних розмірів стержня?
9. При якій гнучкості стержня застосовується формула Ейлера?
10. Як виконується перевірка розрахунку стисненого стержня на стійкість?
11. Який переріз (круг, кільце, прямокутник) менш раціональний з точки зору стійкості стержня?